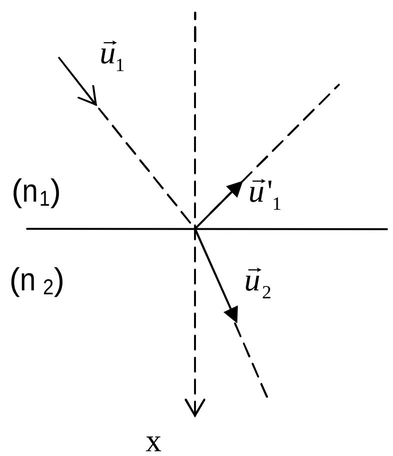
Chöông V:Söi phan xa va khuc xa cua song ñien tö

I.Cac ñònh luat phan xa va khuc xa :

1) Ñat van ñe:

Khao sat hai moi tröông ñien moi tuyen tính ,ñong nhat ,ñang höông (khí) va trong suot ; co nghóa la cac chiet suat n_1 va n_2 la thöc . Hai moi tröông phan cach nhau bôi mat ($\sum$) (gia sö phang cuc bo) ñöôc goi la löông chat(dioptre) trong quang hình hoc.

Mot song tôi OPPM ,phan cöi thang ,tan so ω , truyen trong moi tröông (1) theo phöông $\vec{u}_1$ cho song truyen qua vôi cung tan so ω lan truyen trong moi tröông (2) theo phöông $\vec{u}_2$ va song phan xa cung tan so ω lan truyen trong moi tröông (2) theo phöông $\vec{u}'_1$. Song phan xa va truyen qua la OPPM.



Cac phöông trình Maxwell(moi tröông khong co ñien tích va dong ñien

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad div\vec{D} = 0 \text{ vôi } \vec{D} = \varepsilon_0 n_i^2 \vec{E}$$

$$div\vec{B} = 0 \qquad rot\vec{B} = \frac{n_i^2}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Gia sö cac tính chat tö cua moi tröông töông tö nhö cua chan khong vôi n_i la n_1 hay n_2.

Ô bieu dien phöc , cac ñien tröông trong hai moi tröông co dang :

$$\underline{\vec{E}}_1 = \underline{\vec{E}}_{01}.e^{j(\omega.t-\vec{k}_1.\vec{r})} \qquad \underline{\vec{E}}'_1 = \underline{\vec{E}}'_{01}.e^{j(\omega.t-\vec{k}'_1.\vec{r})}$$

$$\underline{\vec{E}}_2 = \underline{\vec{E}}_{02}.e^{j(\omega.t-\vec{k}_2.\vec{r})}$$

Cac tö tröông töông öng vôi cau truc cua song phang OPPM va $\vec{k} = n\frac{\omega}{c}.\vec{u}$:

$$\vec{B}_1 = \frac{n_1}{c}.\vec{u}_1 \times \underline{\vec{E}}_1 \qquad \vec{B}_2 = \frac{n_2}{c}.\vec{u}_2 \times \underline{\vec{E}}_2 \qquad \vec{B}'_1 = \frac{n_1}{c}.\vec{u}'_1 \times \underline{\vec{E}}'_1$$

Cac ñieu kien bien tren mat phan cach:

$$\vec{D}_{2n} = \vec{D}_{1n} \qquad \vec{E}_{2t} = \vec{E}_{1t} \qquad \vec{H}_{2t} = \vec{H}_{1t}$$

(He qua cua cac phöông trình Maxwell ô dang tích phan)

2) Cac ñònh luat Descartes:

Tö ñieu kien bien cua thanh phan tiep tuyen ñien tröông tai mot M_0 bat ky ($\vec{r}_0 = \overrightarrow{OM}_0$) tren mat phan cach va vao thôi ñiem t:

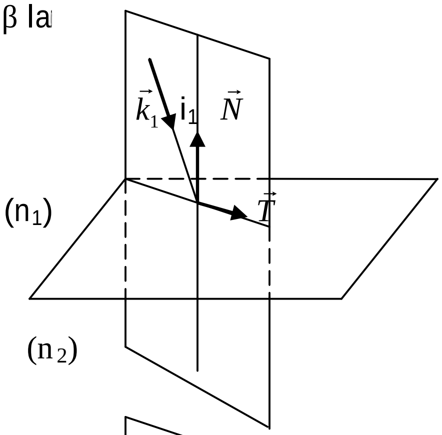
$$\underline{\vec{E}}_{01T}.e^{j(\omega.t-\vec{k}_1.\vec{r}_0)} + \underline{\vec{E}}'_{01T}.e^{j(\omega.t-\vec{k}'_1.\vec{r}_0)} = \underline{\vec{E}}_{02T}.e^{j(\omega.t-\vec{k}_2.\vec{r}_0)}$$

$$\rightarrow \underline{\vec{E}}_{01T} + \underline{\vec{E}}'_{01T}.e^{j(\vec{k}_1-\vec{k}'_1)\vec{r}_0} = \underline{\vec{E}}_{02T}.e^{j(\vec{k}_1-\vec{k}_2)\vec{r}_0}$$

Choin goic toia ñoi O ôi trein mat phain caich (vectô $\vec{r}_0$ sei naim trein mat phain caich) . Ñang thöic trein sei ñuing neiu caic hieiu pha $(\vec{k}_1 - \vec{k}'_1)\vec{r}_0$ vai $(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\vec{r}_0$ khoing phui thuoic vaio $\vec{r}_0$.

=> $(\vec{k}_1 - \vec{k}'_1)\vec{r}_0 = (\vec{k}_1 - \vec{k}\ )\vec{r} = 0$.

Nhö vaiy caic vectô $(\vec{k}_1 - \vec{k}'_1)$ vai $(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$ phaii ñoing phöông vôii $\vec{N}$, lai vectô phaip tuyein cuia mat phain caich.a2 $\vec{k}'_1 = \vec{k}_1 + \alpha\vec{N}$ vai $\vec{k}_2 = \vec{k}_1 + \beta.\vec{N}$ (α ,β lai caic haing soi thöic).

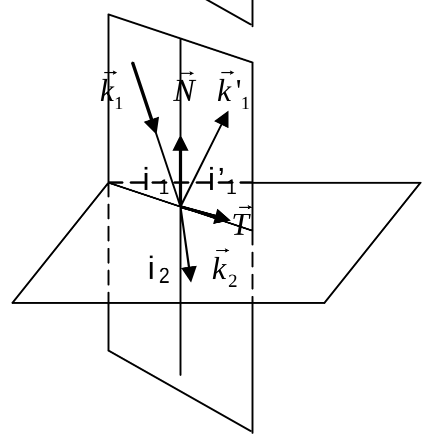


⇨ Caic vectô soing $\vec{k}'_1$ vai $\vec{k}_2$ cuia soing phain xai vai soing khuic xai naim trong mat phaing tôii, ñöôc xaic ñònh bôii vectô $\vec{k}_1$ (cuia soing tôii) vai $\vec{N}$ (phaip tuyein cuia löôing chait).

Phain tích vectô soing thainh caic thainh phain tieip tuyein $\vec{k}_T$ vôii mat phain caich vai thainh phain phaip tuyein $\vec{k}_N$.

=> $\vec{k}_{1T} = \vec{k}'_{1T} = \vec{k}_{2T}$

=> Caic thainh phain tieip tuyein cuia caic soing tôii , phain xai vai khuic xai baing nhau.



Trong quanh hình hoic , caic tia saing ñöôic chæ r a bôii caic vectô soing töông öing.

* <u>Ñònh luait Descartes thöi nhait</u>:

=> Tia phain xai vai tia khuic xai ôi trong mat phaing tôii.

Ta ñöa vaio vectô ñôn vò tieip tuyein vôii mat phain caich vai naim trong mat phain tôii

=> $\vec{k}'_1.\vec{T} = \vec{k}_2.\vec{T} = \vec{k}_1.\vec{T}$

vôii $\vec{k}_1 = \vec{k}'_1 = n_1.\dfrac{\omega}{c}$ vai $\vec{k}_2 = n_2.\dfrac{\omega}{c}$

*<u>Ñònh luait Descartes thöi hai</u>:

Goic tôii vai goic phain xai baing nhau $i'_1 = i$

Goic khuic xai vai goic tôii thoia : $n_2 \sin i_2 = n_1 \sin i_1$

Ghi chui : tia phain xai ñoii xöing vôii tia tôii qua phaip tuyein cuia löôing chait.

<u>3) Phain xai toan phain:</u>

Khi moii tröôing (2) chieit quang hôn moii tröôing (1) ,töc lai $n_1 > n_2$ bieiu thöic $\sin i_2 = \dfrac{n_1}{n_2} \sin i_1$ cho pheip ta tính ñöôic goic i_2 vai soing truyein qua luoin luoin toin tai i trong moii tröôing .

Ngöôic laii khi moii tröôing (2) keim chieit quang hôn moii tröôing (1) ,$n_2 > n_1$, toin taii goic tôii giôii hain i_{1L} neiu lôn hôn giai trò ñoi thì ta khoing coin xaic ñònh ñöôic goic i_2:

$$\sin i_{1L} = \frac{n_2}{n_1}$$

Luc ño ta co sö phan xa toan phan.

4) Tong quat hoa :

Sö nghien cöu ve phan xa va khuc xa cua song ñien tö ô mat phan cach giöa hai moi tröông ñien moi vôi cac chiet suat khac nhau , co the ñööc tong quat hoa cho tröông hôp mat phan cach moi tröông ñien moi (1) co chiet suat thöc va moi tröông dan ñien (2) .

- Song phan xa trong moi tröông (1) luon tuan theo cac ñònh luat Descartes.
- Viec nghien cöu song truyen qua töông ñoi tinh te do trong tröông hôp tong quat vectô song $\underline{\vec{k}}_2$ la phöc.

Ngoai ra co the tong quat hoa viec nghien cöu tren ñoi vôi cac loai song khac ñi qua hai moi tröông khac nhau.

II. Cac he so phan xa va truyen qua khi tia tôi vuong goc:

$i_1 = 0$ => $i'_1 = i_2 = 0$ theo cac ñònh luat Descartes.

Xet tröông hôp hai moi tröông phan cach nhau bôi mat phang x=0.

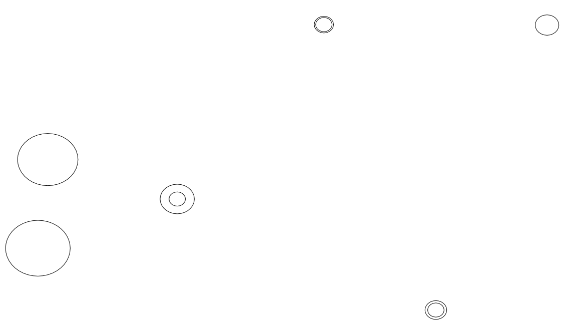
1) Cac he so phan xa va truyen qua cua bien ño:

$$\vec{u}_1 = -\vec{u}'_1 = \vec{u}_2 \quad (= \vec{e}_x)$$

Tai mat phang x=0 ,cac tröông la tiep tuyen vôi mat phang . Sö lien tuc cua $\vec{E}$ va $\vec{B}$ tai x=0 dan ñen:

$$\underline{\vec{E}}_1 + \underline{\vec{E}}'_1 = \underline{\vec{E}}_2 \qquad \underline{\vec{B}}_1 + \underline{\vec{B}}'_1 = \underline{\vec{B}}_2$$

$$(\underline{\vec{B}} = \frac{n}{c}\vec{u} \times \underline{\vec{E}}) \qquad \underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 . e^{j(\omega.t - kx)}$$



Ñoi vôi song phan xa: $\underline{\vec{E}}'_{01} = \underline{\vec{E}}'_{01} . e^{j(\omega.t + k_1 x)}$

Sau khi ñôn gian $e^{j\omega.t}$ ô hai ve:

$$\underline{\vec{E}}_{01} + \underline{\vec{E}}'_{01} = \underline{\vec{E}}_{02}$$

$$n_1\vec{e}_x \times \underline{\vec{E}}_{01} - n_1\vec{e}_x \times \underline{\vec{E}}'_{01} = n_2\vec{e}_x \times \underline{\vec{E}}_{02}$$

Nhaân vectô vôùi vectô ñôn vò $\vec{e}_x$ vaø ñôn giaûn hai veá:

$$n_1\underline{\vec{E}}_{01} - n_1\underline{\vec{E}}'_{01} = n_2\underline{\vec{E}}_{02}$$

$\underline{\vec{E}}'_{01} = r_{12(E)}\underline{\vec{E}}_{01}$ vôùi $r_{12(E)} = \dfrac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$: heä soá phaûn xaï

$\underline{\vec{E}}_{02} = \varepsilon_{12(E)}\underline{\vec{E}}_{01}$ vôùi $\varepsilon_{12(E)} = \dfrac{2n_1}{n_1 + n_2}$: heä soá truyeàn qua

Trong tröôøng hôïp moâi tröôøng trong suoát , caùc chieát suaát n $_1$ vaø n_2 laø thöïc vaø caùc heä soá $r_{12(E)}$ vaø $\varepsilon_{12(E)}$ cuõng laø caùc ñaïi löôïng thöïc.

- $\varepsilon_{12(E)}$ luoân luoân döông : khoâng coù söï thay ñoåi pha khi truyeàn qua
- $r_{12(E)}$ coù theå aâm hoaëc döông
  - Neáu $n_1>n_2$:söï phaûn xaï khoâng gaây ra söï leäch pha
  - Neáu $n_1<n_2$:söï phaûn xaï gaây ra leäch pha π ($e^{i\pi} = -1$)

Ghi chuù :

- Soùng phaûn xaï vaø truyeàn qua giöõ nguyeân tính phaân cöïc cuûa soùng tôùi
- Caùc heä soá $r_{12(E)}$ vaø $\varepsilon_{12(E)}$ ñöôïc xaùc ñònh ñoái vôùi ñieän tröôøng . Ngöôøi ta ít khi söû duïng caùc ñaïi löôïng töông öùng ñoái vôùi töø tröôøng

$$r_{12(B)} = -r_{12(E)} \qquad \varepsilon_{12(B)} = \frac{n_2}{n_1}\varepsilon_{12(E)}$$

- Caùc keát quaû nhaän ñöôïc veà maët hình thöùc gioáng nhö caùc heä soá phaûn xaï vaø truyeàn qua cuûa bieán ñoå soùng aâm.

2) <u>Heä soá phaûn xaï vaø truyeàn qua cuûa coâng suaát:</u>
   Trong moâi tröôøng coù chieát suaát n (thöïc) giaù trò trung bình cuûa vectô Poynting (thöïc) ñoái vôùi soùng OPPM lan truyeàn theo phöông cuûa vectô ñôn vò $\vec{u}$:

$$\left\langle \vec{\Pi} \right\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\frac{\underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{B}}^*}{\mu_0}\right) = \frac{n}{2\mu_0 c}\left(\underline{\vec{E}}_0 . \underline{\vec{E}}^*_0\right).\vec{u}$$

- Ñoái vôùi soùng tôùi : $\left\langle \vec{\Pi}_1 \right\rangle = \dfrac{n_1}{2\mu_0 c}\left(\underline{\vec{E}}_{01}.\underline{\vec{E}}^*_{01}\right)\vec{e}_x = \left\langle \Pi_1 \right\rangle.\vec{e}_x$
- Ñoái vôùi soùng phaûn xaï: $\left\langle \vec{\Pi}'_1 \right\rangle = -\dfrac{n_1}{2\mu_0 c}\left(\underline{\vec{E}}'_{01}.\underline{\vec{E}}'^*_{01}\right)\vec{e}_x = -\left\langle \Pi'_1 \right\rangle.\vec{e}_x$
- Ñoái vôùi soùng truyeàn qua: $\left\langle \vec{\Pi}_2 \right\rangle = -\dfrac{n_2}{2\mu_0 c}\left(\underline{\vec{E}}_{02}.\underline{\vec{E}}^*_{02}\right)\vec{e}_x = \left\langle \Pi_2 \right\rangle.\vec{e}_x$

Coing suat trung bình mang bôi soing qua moit tieit dieln S cuia mait phain caich coi ñoi lôin:

$$\langle\phi_1\rangle = \langle\Pi_1\rangle S \;\; ; \;\; \langle\phi'_1\rangle = \langle\Pi'_1\rangle S \;\; ; \;\; \langle\phi_2\rangle = \langle\Pi_2\rangle S$$

Vai chuing ta coi thei ñònh nghóa caic hei soi phain xai R vai truyein qua T cuia coing suat(khi soing tôii vuoing goic vai moii tröôing trong suoit):

$$R = \frac{\langle\phi'_1\rangle}{\langle\phi_1\rangle} = \frac{\langle\Pi'_1\rangle}{\langle\Pi_1\rangle} = \frac{\left(\underline{\vec{E}}'_{01}.\underline{\vec{E}}'^{*}_{01}\right)}{\left(\underline{\vec{E}}_{01}.\underline{\vec{E}}^{*}_{01}\right)} = r^2_{12(E)} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2$$

$$T = \frac{\langle\phi_2\rangle}{\langle\phi_1\rangle} = \frac{\langle\Pi_2\rangle}{\langle\Pi_1\rangle} = \frac{\left(\underline{\vec{E}}_{02}.\underline{\vec{E}}^{*}_{02}\right)}{\left(\underline{\vec{E}}_{01}.\underline{\vec{E}}^{*}_{01}\right)} = \frac{n_2}{n_1}\varepsilon^2_{12(E)} = \frac{4n_1n_2}{(n_1+n_2)^2}$$

III. Tröôing hôip soing tôii bat kyi:

Moit traing thai phain cöïc bat kyi luon coi thei ñöôïc phain taich thanh hai traing thai phain cöïc thaing vuoing .Nhö vaiy chuing ta coi thei chæ khaio sat caic soing phain cöïc thaing.

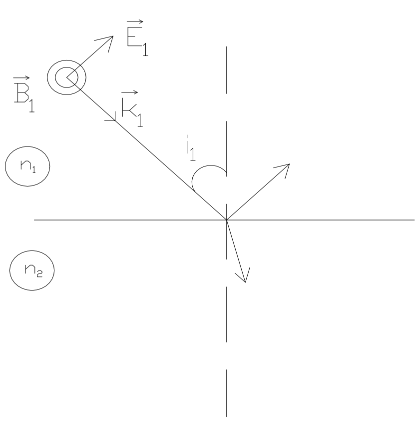
Khi soing tôii vôii goic tôii khaic khoing cain khaio sat hai tröôing hôip:

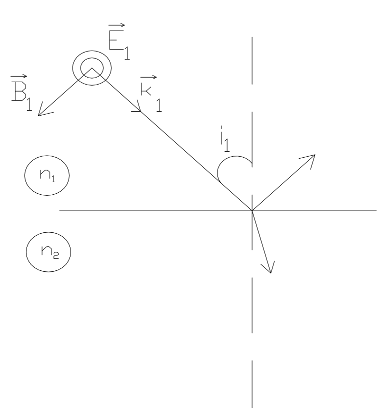
- Ñieln tröôing cuia soing tôii ôi trong mait phaing tôii .
- Ñieln tröôing vuoing goic vôii mait phaing t ôii .

Moii tröôing hôip trein dain tôii caic keit quai khaic nhau vai cho pheip xaic ñònh caic hei soi:

$r_{12//}$ vai $\varepsilon_{12//}$ khi ñieln tröôing ôi trong mait phaing tôii

$r_{12\perp}$ vai $\varepsilon_{12\perp}$ khi ñieln tröôing vuoing goic vôii mait phaing tôii





Caùc heä soá $r_{12//}$ vaø $r_{12\perp}$, $\varepsilon_{12//}$ vaø $\varepsilon_{12\perp}$ khaùc nhau . Ñaëc bieät heä soá $r_{12//}$ coù theå baèng 0 ñoái vôùi goùc tôùi Brewster.

Soùng aùnh saùng (khoâng phaân cöïc) tôùi döôùi goùc Brewster seõ cho soùng phaûn xaï phaân cöïc thaúng . Döôùi moät goùc tôùi khaùc , soùng phaûn xaï phaân cöïc moät phaàn (do $r_{12//}$ vaø $r_{12\perp}$ khaùc nhau).